**Министерство образования Республики Беларусь**

**Учреждение образования**

**«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»**

Факультет инновационного непрерывного образования

Специальность «ИиТП»

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2**

по предмету «Системный анализ и исследование операций»

Студент дистанционной формы

обучения 5 курса

Группы № 493551

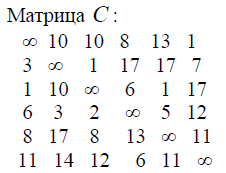
Авхимович Алексей Валерьевич

г.Борисов, ул. Чапаева, 29/116

Тел. +375-44-7900085

Минск 2019

Решение задачи коммивояжёра



Возьмем в качестве произвольного маршрута:

X0 = (1,2);(2,3);(3,4);(4,5);(5,6);(6,1)

Тогда F(X0) = 10 + 1 + 6 + 5 + 11 + 11 = 44

Для определения нижней границы множества воспользуемся **операцией редукции** или приведения матрицы по строкам, для чего необходимо в каждой строке матрицы D найти минимальный элемент.

di = min(j) dij

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | di |
| **1** | ∞ | 10 | 10 | 8 | 13 | 1 | 1 |
| **2** | 3 | ∞ | 1 | 17 | 17 | 7 | 1 |
| **3** | 1 | 10 | ∞ | 6 | 1 | 17 | 1 |
| **4** | 6 | 3 | 2 | ∞ | 5 | 12 | 2 |
| **5** | 8 | 17 | 8 | 13 | ∞ | 11 | 8 |
| **6** | 11 | 14 | 12 | 6 | 11 | ∞ | 6 |

Затем вычитаем di из элементов рассматриваемой строки. В связи с этим во вновь полученной матрице в каждой строке будет как минимум один ноль.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | ∞ | 9 | 9 | 7 | 12 | 0 |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 16 | 6 |
| **3** | 0 | 9 | ∞ | 5 | 0 | 16 |
| **4** | 4 | 1 | 0 | ∞ | 3 | 10 |
| **5** | 0 | 9 | 0 | 5 | ∞ | 3 |
| **6** | 5 | 8 | 6 | 0 | 5 | ∞ |

Такую же операцию редукции проводим по столбцам, для чего в каждом столбце находим минимальный элемент:

dj = min(i) dij

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | ∞ | 9 | 9 | 7 | 12 | 0 |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 16 | 6 |
| **3** | 0 | 9 | ∞ | 5 | 0 | 16 |
| **4** | 4 | 1 | 0 | ∞ | 3 | 10 |
| **5** | 0 | 9 | 0 | 5 | ∞ | 3 |
| **6** | 5 | 8 | 6 | 0 | 5 | ∞ |
| dj | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

После вычитания минимальных элементов получаем полностью редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | ∞ | 8 | 9 | 7 | 12 | 0 |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 16 | 6 |
| **3** | 0 | 8 | ∞ | 5 | 0 | 16 |
| **4** | 4 | 0 | 0 | ∞ | 3 | 10 |
| **5** | 0 | 8 | 0 | 5 | ∞ | 3 |
| **6** | 5 | 7 | 6 | 0 | 5 | ∞ |

Сумма констант приведения определяет нижнюю границу H:

H = ∑di + ∑dj

H = 1+1+1+2+8+6+0+1+0+0+0+0 = 20

**Шаг №1**.

**Определяем ребро ветвления** и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i\*,j\*).

С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на ∞ и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения, они приведены в скобках.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | di |
| **1** | ∞ | 8 | 9 | 7 | 12 | 0(10) | 7 |
| **2** | 2 | ∞ | 0(2) | 16 | 16 | 6 | 2 |
| **3** | 0(0) | 8 | ∞ | 5 | 0(3) | 16 | 0 |
| **4** | 4 | 0(7) | 0(0) | ∞ | 3 | 10 | 0 |
| **5** | 0(0) | 8 | 0(0) | 5 | ∞ | 3 | 0 |
| **6** | 5 | 7 | 6 | 0(10) | 5 | ∞ | 5 |
| dj | 0 | 7 | 0 | 5 | 3 | 3 | 0 |

d(1,6) = 7 + 3 = 10; d(2,3) = 2 + 0 = 2; d(3,1) = 0 + 0 = 0; d(3,5) = 0 + 3 = 3; d(4,2) = 0 + 7 = 7; d(4,3) = 0 + 0 = 0; d(5,1) = 0 + 0 = 0; d(5,3) = 0 + 0 = 0; d(6,4) = 5 + 5 = 10;

Наибольшая сумма констант приведения равна (7 + 3) = 10 для ребра (1,6), следовательно, множество разбивается на два подмножества (1,6) и (1\*,6\*).

**Исключение ребра** (1,6) проводим путем замены элемента d16 = 0 на ∞, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (1\*,6\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | di |
| **1** | ∞ | 8 | 9 | 7 | 12 | ∞ | 7 |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 16 | 6 | 0 |
| **3** | 0 | 8 | ∞ | 5 | 0 | 16 | 0 |
| **4** | 4 | 0 | 0 | ∞ | 3 | 10 | 0 |
| **5** | 0 | 8 | 0 | 5 | ∞ | 3 | 0 |
| **6** | 5 | 7 | 6 | 0 | 5 | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 10 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

H(1\*,6\*) = 20 + 10 = 30

**Включение ребра** (1,6) проводится путем исключения всех элементов 1-ой строки и 6-го столбца, в которой элемент d61 заменяем на ∞, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (5 x 5), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | di |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 16 | 0 |
| **3** | 0 | 8 | ∞ | 5 | 0 | 0 |
| **4** | 4 | 0 | 0 | ∞ | 3 | 0 |
| **5** | 0 | 8 | 0 | 5 | ∞ | 0 |
| **6** | ∞ | 7 | 6 | 0 | 5 | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (1,6) равна:  
H(1,6) = 20 + 0 = 20 ≤ 30

Поскольку нижняя граница этого подмножества (1,6) меньше, чем подмножества (1\*,6\*), то ребро (1,6) включаем в маршрут с новой границей H = 20

**Шаг №2**.

**Определяем ребро ветвления** и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i\*,j\*).

С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на ∞ и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения, они приведены в скобках.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | di |
| **2** | 2 | ∞ | 0(2) | 16 | 16 | 2 |
| **3** | 0(0) | 8 | ∞ | 5 | 0(3) | 0 |
| **4** | 4 | 0(7) | 0(0) | ∞ | 3 | 0 |
| **5** | 0(0) | 8 | 0(0) | 5 | ∞ | 0 |
| **6** | ∞ | 7 | 6 | 0(10) | 5 | 5 |
| dj | 0 | 7 | 0 | 5 | 3 | 0 |

d(2,3) = 2 + 0 = 2; d(3,1) = 0 + 0 = 0; d(3,5) = 0 + 3 = 3; d(4,2) = 0 + 7 = 7; d(4,3) = 0 + 0 = 0; d(5,1) = 0 + 0 = 0; d(5,3) = 0 + 0 = 0; d(6,4) = 5 + 5 = 10;

Наибольшая сумма констант приведения равна (5 + 5) = 10 для ребра (6,4), следовательно, множество разбивается на два подмножества (6,4) и (6\*,4\*).

**Исключение ребра** (6,4) проводим путем замены элемента d64 = 0 на ∞, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (6\*,4\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | di |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 16 | 0 |
| **3** | 0 | 8 | ∞ | 5 | 0 | 0 |
| **4** | 4 | 0 | 0 | ∞ | 3 | 0 |
| **5** | 0 | 8 | 0 | 5 | ∞ | 0 |
| **6** | ∞ | 7 | 6 | ∞ | 5 | 5 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 10 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

H(6\*,4\*) = 20 + 10 = 30

**Включение ребра** (6,4) проводится путем исключения всех элементов 6-ой строки и 4-го столбца, в которой элемент d46 заменяем на ∞, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (4 x 4), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **5** | di |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 0 |
| **3** | 0 | 8 | ∞ | 0 | 0 |
| **4** | 4 | 0 | 0 | 3 | 0 |
| **5** | 0 | 8 | 0 | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (6,4) равна:

H(6,4) = 20 + 0 = 20 ≤ 30

Чтобы исключить подциклы, запретим следующие переходы: (4,1), Поскольку нижняя граница этого подмножества (6,4) меньше, чем подмножества (6\*,4\*), то ребро (6,4) включаем в маршрут с новой границей H = 20

**Шаг №3**.

**Определяем ребро ветвления** и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i\*,j\*).

С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на ∞ и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения, они приведены в скобках.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **5** | di |
| **2** | 2 | ∞ | 0(2) | 16 | 2 |
| **3** | 0(0) | 8 | ∞ | 0(3) | 0 |
| **4** | ∞ | 0(8) | 0(0) | 3 | 0 |
| **5** | 0(0) | 8 | 0(0) | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 8 | 0 | 3 | 0 |

d(2,3) = 2 + 0 = 2; d(3,1) = 0 + 0 = 0; d(3,5) = 0 + 3 = 3; d(4,2) = 0 + 8 = 8; d(4,3) = 0 + 0 = 0;

d(5,1) = 0 + 0 = 0; d(5,3) = 0 + 0 = 0;

Наибольшая сумма констант приведения равна (0 + 8) = 8 для ребра (4,2), следовательно, множество разбивается на два подмножества (4,2) и (4\*,2\*).

**Исключение ребра** (4,2) проводим путем замены элемента d42 = 0 на ∞, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (4\*,2\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **2** | **3** | **5** | di |
| **2** | 2 | ∞ | 0 | 16 | 0 |
| **3** | 0 | 8 | ∞ | 0 | 0 |
| **4** | ∞ | ∞ | 0 | 3 | 0 |
| **5** | 0 | 8 | 0 | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 8 | 0 | 0 | 8 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

H(4\*,2\*) = 20 + 8 = 28

**Включение ребра** (4,2) проводится путем исключения всех элементов 4-ой строки и 2-го столбца, в которой элемент d24 заменяем на ∞, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (3 x 3), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **3** | **5** | di |
| **2** | 2 | 0 | 16 | 0 |
| **3** | 0 | ∞ | 0 | 0 |
| **5** | 0 | 0 | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (4,2) равна:

H(4,2) = 20 + 0 = 20 ≤ 28

Чтобы исключить подциклы, запретим следующие переходы: (2,1), (2,6),

Поскольку нижняя граница этого подмножества (4,2) меньше, чем подмножества (4\*,2\*), то ребро (4,2) включаем в маршрут с новой границей H = 20

**Шаг №4**.

**Определяем ребро ветвления** и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i\*,j\*).

С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на ∞ и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения, они приведены в скобках.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **3** | **5** | di |
| **2** | ∞ | 0(16) | 16 | 16 |
| **3** | 0(0) | ∞ | 0(16) | 0 |
| **5** | 0(0) | 0(0) | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 0 | 16 | 0 |

d(2,3) = 16 + 0 = 16; d(3,1) = 0 + 0 = 0; d(3,5) = 0 + 16 = 16; d(5,1) = 0 + 0 = 0; d(5,3) = 0 + 0 = 0;

Наибольшая сумма констант приведения равна (16 + 0) = 16 для ребра (2,3), следовательно, множество разбивается на два подмножества (2,3) и (2\*,3\*).

**Исключение ребра** (2,3) проводим путем замены элемента d23 = 0 на ∞, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (2\*,3\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **3** | **5** | di |
| **2** | ∞ | ∞ | 16 | 16 |
| **3** | 0 | ∞ | 0 | 0 |
| **5** | 0 | 0 | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 16 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

H(2\*,3\*) = 20 + 16 = 36

**Включение ребра** (2,3) проводится путем исключения всех элементов 2-ой строки и 3-го столбца, в которой элемент d32 заменяем на ∞, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (2 x 2), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i j** | **1** | **5** | di |
| **3** | 0 | 0 | 0 |
| **5** | 0 | ∞ | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (2,3) равна:

H(2,3) = 20 + 0 = 20 ≤ 36

Поскольку нижняя граница этого подмножества (2,3) меньше, чем подмножества (2\*,3\*), то ребро (2,3) включаем в маршрут с новой границей H = 20

В соответствии с этой матрицей включаем в гамильтонов маршрут ребра (3,5) и (5,1).

В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют ребра:

**(1,6), (6,4), (4,2), (2,3), (3,5), (5,1),**

Длина маршрута равна 20